Joan Garin i Jordi Vives

Tal com s'ha dit en números anteriors, l'objectiu d'aquesta secció de la Revista és fomentar l'interès per la física entre els estudiants. Per aconseguir-ho, demanem al professorat que faci una àmplia difusió d'aquesta proposta entre l'alumnat i l'animi a participar-hi.

En cada número de la Revista hi haurà dos problemes proposats: un per a estudiants universitaris i un altre per als de batxillerat. Les millors solucions o les més originals apareixeran publicades en el número següent i als guanyadors se'ls premiarà amb una subscripció gratuïta a la Revista durant cinc anys.

Acompanyant la solució, l'alumne ha de fer constar les dades següents: DNI, nom i cognoms, adreça postal, telèfon, adreça electrònica, nivell i centre d'estudis. Les respostes als problemes proposats en aquest número s'han de fer arribar abans del 15 de juny a: (*probuni@ffn.ub.es* - nivell universitari) (*probsec@ffn.ub.es* - nivell de batxillerat).

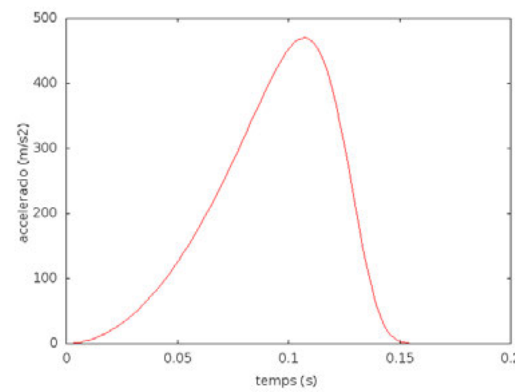
Finalment, cal dir que agrairem el fet de rebre -a les mateixes adreces electròniques- tot tipus de suggeriments i propostes per incloure en aquesta secció.

Problema per a l'alumnat de batxillerat

Un cotxe de massa M circula a una velocitat constant v_C sobre una carretera horitzontal. De sobte li apareix un obstacle i ha de frenar bruscament. Suposant que el conductor reacciona immediatament i que es para just davant l'obstacle, digueu a quina distància D es troba l'obstacle i el temps t_f per aconseguir frenar. El coeficient de fricció entre les rodes i l'asfalt és μ.

El temps de reacció d'un conductor amb una taxa d'alcohol de 0,5 g/L és d'un mínim de $t_r = 0{,}6$ s. Suposem que el conductor comença a frenar quan ha passat el temps de reacció. Trobeu la velocitat v_x a la qual xocarà el vehicle contra l'obstacle.

Una gravació en vídeo mostra que durant el temps del xoc el centre de gravetat es desplaça una distància d'1 m. Suposant que la velocitat a la qual impacta és 14 ms^{-1} i l'acceleració de frenada a_f és constant, trobeu-la i també el temps que dura el xoc t_x, considerant que a la pràctica l'acceleració inicial és 0 i la final també, tal com apareix a la figura.



Quines consideracions pots fer sobre un xoc d'aquestes característiques?

Dades: $v_0 = 24\text{ms}^{-1}$, $\mu = 0,6$, $g = 10\text{ms}^{-2}$, $v_i = 14\text{ms}^{-1}$

Problema per a l'alumnat universitari

Una vegada, ja fa temps, em va caure una moneda al terra i va quedar de cantell. Ni cara, ni creu, estava allí dreta en equilibri, sobre el cantell. Va ser molta sort? Però, quanta? El problema consisteix a calcular la probabilitat que una moneda d'1€quedi de cantell en caure al terra. Una moneda d'1€té 23,25 mm de diàmetre, 2,33 mm de gruix i pesa 7,5 g. A més, suposarem que el terra és perfectament llis i pla.

Solució als problemes del número anterior de la Revista

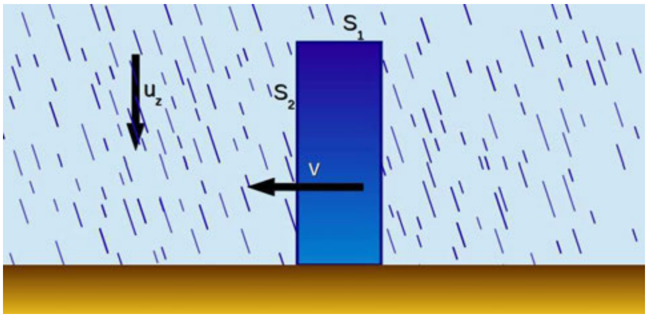
Del problema per a l'alumnat universitari

La pluja cau amb velocitat $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, on u_z és la velocitat de caiguda de les gotes d'aigua, mentre que u_x i u_y són la component horitzontal de la velocitat de les gotes a causa del vent. Per això, definirem com a velocitat del vent $\vec{u}_{vent} = (u_x, u_y, 0)$.

Nosaltres volem recórrer la distància L a una velocitat $\vec{v} = (v_x, v_y, 0)$, on hem suposat que el trajecte a recórrer és pla. Llavors, la nostra velocitat relativa al vent és:

$$\vec{v'} = \vec{v} - \vec{u}_{vent}.$$

Prenem el sistema de referència que es mou amb el vent: la pluja caurà verticalment on he dibuixat un rectangle en lloc d'una persona per distingir clarament dues superfícies. S_1 és la superfície donada per la projecció del cos verticalment i S_2 és la superfície donada per la projecció del cos en direcció $\vec{v'}$.



Definim ρ com la quantitat d'aigua en l'aire, mesurada en L/m^3. També definim Φ com el flux d'aigua que cau mesurat en L/sm^2 o, el que és el mateix, mm/s. Aquestes magnituds estan relacionades per l'equació següent:

$$\Phi = \rho \cdot u_z \tag{1}$$

Vegem què ocorre durant un diferencial de temps dt. En aquest temps l'aigua cau a una distància dz donada per:

$$dz = u_z dt \tag{2}$$

Multiplicant dz per S_1 i la densitat de pluja ρ tindrem la quantitat d'aigua que cau sobre la superfície S_1.

$$dm_1 = \rho S_1 u_z dt \tag{3}$$

Fent servir l'equació (1) tenim:

$$dm_1 = \Phi S_1 dt \tag{4}$$

Integrant pel temps T de duració del trajecte sota la pluja, tindrem la quantitat total recollida per S_1:

$$m_1 = \Phi S_1 T \tag{5}$$

Ara ens centrem en la superfície S_2. Durant aquest diferencial de temps haurem avançat dl':

$$dl' = |\vec{v'}|dt \tag{6}$$

Multiplicant dl' per S_2 i la densitat de pluja ρ tindrem la quantitat d'aigua recollida per la superfície S_2:

$$dm_2 = \rho S_1 |\vec{v'}|dt \tag{7}$$

La $|\vec{v'}|$ és la velocitat respecte a la pluja, i $\vec{v}$ és la velocitat real. Llavors definim dl com:

$$dl = |\vec{v}|dt \tag{8}$$

Substituint dt en l'equació () tindrem:

$$dm_2 = \rho S_1 \frac{|\vec{v'}|}{|\vec{v}|} dt \tag{9}$$

Integrant pel trajecte a recórrer sota la pluja, tindrem la quantitat total recollida per S_2:

$$m_2 = \rho S_1 \frac{|\vec{v'}|}{|\vec{v}|} L \tag{10}$$

on L és la longitud del camí a recórrer. La multiplicació $L \cdot S_2$ correspon al volum escombrat per S_2 durant tot el recorregut, li direm V_2:

$$m_2 = \rho V_2 \frac{|\vec{v'}|}{|\vec{v}|} \tag{11}$$

Sumant les equacions (5) i (11), tindrem la quantitat total d'aigua recollida:

$$m_2 = \Phi S_1 T + \rho V_2 \frac{|\vec{v'}|}{|\vec{v}|} \tag{12}$$

Analitzem aquesta equació per trobar quina és la millor opció per mullar-nos al menys possible. L'equació està formada per la suma de dos termes. El primer és proporcional al temps i com més estona estiguem sota la pluja més ens mullarem -el podem minimitzar en córrer sota la pluja. El segon terme depèn del volum escombrat durant el trajecte multiplicat per la densitat d'aigua, és a dir, la quantitat d'aigua escombrada. Però tenim un factor de correcció donat per la divisió entre la velocitat aparent respecte a la pluja i la nostra velocitat real. Aquest factor és interessant perquè permet fer zero el segon terme fent que la velocitat aparent $\vec{v'}$ sigui zero. Però fer això pot ser contraproduent si en trigar més estona a fer el recorregut, el primer terme creix.

Podem distingir dos casos molt diferents. Si hi ha poc vent, $\vec{v'} \simeq \vec{v}$, i l'equació (12) queda:

$$m_2 \simeq \Phi S_1 T + \rho V_2 (13) \tag{13}$$

En aquest cas, corrent podem disminuir la quantitat d'aigua que ens cau sobre el cap, corresponent al primer terme, però frontalment ens mullarem el mateix fem el que fem.

El segon cas és quan hi ha molt vent, $\vec{v'} \gg \vec{v}$, i el primer terme és negligible:

$$m_2 = \rho V_2 \frac{|\vec{v'}|}{|\vec{v}|} \tag{14}$$

Al cap de pocs segons ens quedarem completament mullats, fem el que fem.

Conclusió: en córrer podem disminuir la quantitat d'aigua recollida, però sempre ens mullarem frontalment pel recorregut fet.